结合高阶矢量 FE/BI 方法的快速 WCAWE 计算

班永灵, 聂在平, 于哲峰
(1. 电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054; 2. 中国空气动力研究与发展中心, 四川绵阳 621000)

摘 要: 将矢量有限元/边界积分混合方法(FE/BI)用于背腔式贴片天线的输入阻抗建模, 在 FE/BI 方法中, 采用基于六面体网格(hexahedron)的高阶矢量基函数(higher order vector basis functions)展开未知场分量; 结合高阶矢量 FE/BI, 采用最近发展起来的 WCAWE 技术(Well-Conditioned Asymptotic Waveform Evaluation)实现了贴片天线输入阻抗的快速计算; WCAWE 技术通过正交化的方式获得低阶模型, 这种方式避免了 Arnoldi 等子空间技术增加矩阵尺度的缺点, 同时也确保具有比传统的 AWE 更好的频带展宽特性; 关于输入阻抗计算的数值结果将证明 WCAWE 技术的优势.

关键词: 高阶矢量基函数; 矢量有限元/边界积分方法 (FE/BI); WCAWE; 天线
中图分类号: TN82 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2007) 01-0170-05

Robust Well-Conditioned Waveform Evaluation Based on Higher Order Vector FE/BI Method

BAN Yong-ling, NIE Zai-ping, YU Zhe-feng
(1. *School of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;*
2. *Center of Aerodynamics Research and Development of China, Mianyang, Sichuan 621000 China*)

Abstract: The vector finite element-boundary integral (FE-BI) method is adopted to formulate the radiation problem for cavity-backed patch antenna. The well-conditioned asymptotic waveform evaluation (WCAWE) is integrated into the FE-BI method to realize fast computing of input impedance of patch antenna over a wide frequency band. In contrast to classical AWE techniques, WCAWE is robust and doesn't stagnate. Moreover, unlike the linearized Krylov subspace methods, WCAWE doesn't require the neglection of higher order terms or the introduction of extra degrees of freedom. Numerical results for input impedance are presented to illustrate the robustness of the WCAWE.

Key words: higher order vector basis functions; finite element-boundary integral method; WCAWE; antenna

1 引言

实际工程问题的分析和设计, 很多表现为在一段频带内对一些频变参数(如 S_{11}曲线、输入阻抗、雷达散射截面 RCS)作优化计算, 因此研究如何能够快速地获得一定频带甚至宽频带的频变参数精确结果的方法将是非常有意义的工作. 多数电磁场问题的求解, 都必须借助精确的数值方法, 来获得比较可靠的结果. 频域矢量有限元方法(FEM), 以其比较强的建模能力在计算电磁学领域得到了广泛的应用, 特别是结合边界积分方法(BI)的矢量 FE/BI 混合方法[1~4]在处理开域电磁散射和辐射问题上以其所具有的方便和高精度也获得了广泛的认可. 另外结合最近发展起来的高阶矢量基函数技术[1,5,6], 将大大加强 FEM 在电磁场问题中应用的推广. 但单纯采用频域的 FEM 求解一定频带内电磁参数的计算, 就必须在多个离散的频点重复求解矩阵方程, 然后利用插值技术得到整个频带内的响应. 这必然导致最终的计算量巨大, 以致于计算时间过长而无法忍受. 因此更有价值的方式是利用合适的技术结合精确的 FEM 解决一定频带内频变参数的仿真.

MORe[7]技术就是这样一类技术, 其全称是 Model Order Reduction, 通过近似将一个大未知量(order)的数值计算模型缩减为低阶更小的模型. 一旦得到了一个低阶更小的模型, 接下来 MORe 技术将会非常方便快速地处理多个频点的计算. 一种比较流行的 MORe 技术是 AWE 技术[8~12](全称 Asymptotic Waveform Evaluation, 渐近波形估计技术), 正如其名称所蕴涵的那样, 随着近似模型尺度(阶数)的增加, 来自低阶模型的频域响应能够逐渐逼近初始模型的精确的响应. AWE 技术将系统函数(本章中 FEM 中的系数矩阵)在某个频点处展开为有限 Taylor 级数的形式, 通过一种称为矩量匹配(moment matching)的原则获得一个低阶更小的模型, 然后利用 Pade 近似得到问题的最终响应. AWE 技术的一个主要问题是, 当展开频点靠近系统函数的极点时, 无法得到比较精确的响应. AWE 技术的一个比较有效的改进措施是利用多个频点的信息来提高响应的精度, 但会增加计算时间. 现已得到广泛应用的 CFH 技术[9,10](全称 Complex Frequency Hopping, 复频跳技

收稿日期: 2004-12-22; 修回日期: 2006-11-15
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(No. 60431010); 国家自然科学基金和中国工程物理研究院联合资助项目(No. 10476005)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

术) 就是一种多点 AWE 技术, 它通过一种二进制搜索策略使得得到的多个展开点能够匹配系统函数主要的极点. 另一种比较有效的 MORe 技术是 GAWE 技术[7] (Galerkin Asymptotic Waveform Evaluation). 与 AWE 技术通过矩量匹配的原则获得低阶模型的方式不同, GAWE 技术通过余量 Taylor 展开项中低次项系数置零的方式获得低阶模型. 这种方式保证了 GAWE 技术能够获得更好的频带展宽特性. 另外一点不同是, GAWE 技术不采用 Pade 近似, 有更简单的公式, 可直接计算多个频点处的响应. 与 AWE 技术、GAWE 技术不同的另一类 MORe 技术称为 Krylov 子空间技术 (Projection via Amoldi[7, 13, 14], PVA), 这类技术具有更好的频带展宽特性. 但 Krylov 子空间技术能够处理的问题非常局限, 仅能处理关于频率参数的线性方程, 而且方程的右端项为常量. 而实际问题的模型多是关于频率参数的高次方程, 因此高次方程的线性化是这类技术不可缺少的关键步骤, 而这步线性化的过程通常会成倍地增加矩阵方程的尺度, 这也是这类技术不利之处.

目前一种非常有效的 MORe 技术称为 WCAWE 技术[15] (Well-Conditioned Asymptotic Waveform Evaluation), 首次出现在 R. D. Slone 等发表在 2003 年 IEEE Trans. AP 上的一篇论文中. WCAWE 技术通过正交化的方式获得低阶模型, 这种方式避免了 PVA 技术中增加矩阵方程尺度的缺点, 同时保证了 WCAWE 具有更好的频带展宽特性. 其思路是随着迭代过程的进行, 保证每一个新产生的向量都能够正交以前产生的所有向量. R. D. Slone 等将其结合矢量有限元/完全匹配层方法 (FEM/PML) 应用于宽带蝶形天线输入阻抗的计算[15], 获得了很好的计算效率. 国内西安电子科技大学的万继响等将 WCAWE 技术应用到 MOM 方法中实现了 RCS 的快速扫频计算[16, 17].

本文结合 WCAWE 技术, 将高阶矢量 FE/BI 方法应用到背腔式贴片天线输入阻抗的快速扫频问题中, 给出了相应的数值结果, 并且将其与 AWE、GAWE. PVA 技术(均是结合高阶矢量 FE-BI 方法) 得到的结果进行了比较. 数值研究表明, 基于单频点的有限元矩阵信息, WCAWE 技术能够得到一定频带内精确的结果, 同时相比较 AWE、GAWE. PVA, WCAWE 技术能够获得更好的加速比.

2　高阶矢量 FE/BI 方法的基本公式

考虑的背腔式贴片天线的模型如图 1 所示, 在一个半无限大的导电平面里嵌了一个具有任意形状的三维腔体. 基本

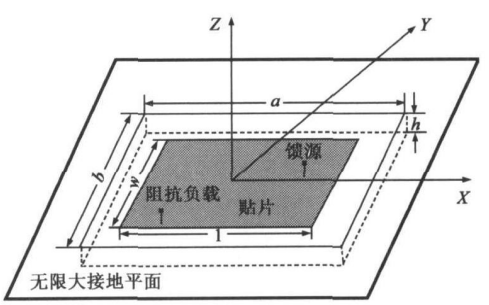

图 1　背腔式贴片天线的几何结构

的矢量有限元-边界积分方法的公式可参考文献[1], 本文采用六面体网格的高阶矢量基函数[5]来离散有限元泛函, 电场由高阶矢量基函数展开为

$$E=\sum_{i=0}^{N_u-1}\sum_{j=0}^{N_v}\sum_{k=0}^{N_w}\alpha_{uijk}f_{uijk}+\sum_{i=0}^{N_u}\sum_{j=0}^{N_v-1}\sum_{k=0}^{N_w}\alpha_{vijk}f_{vijk}+\sum_{i=0}^{N_u}\sum_{j=0}^{N_v}\sum_{k=0}^{N_w-1}\alpha_{wijk}f_{wijk} \tag{1}$$

其中 α_{uijk}、α_{vijk}、α_{wijk}是未知系数, N_u、N_v、N_w 表示高阶基函数多项式的阶数, 高阶矢量基函数f_{uijk}、f_{vijk}、f_{wijk}的定义详见文献[5, 6]. 最终的矩阵方程可写成频率参数 $k=2\pi f/c$ ($c=\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$)的形式

$$A(k)\sigma(k)=b(k) \tag{2}$$

其中 $A(k)$表示维数为 $N\times N$(N 代表未知量)的有限元矩阵, $\sigma(k)$ 是系数向量, $b(k)$表示激励源向量.

$$A(k)=K_1+K_L+k^2K_2+P_1(k)+k^2P_2(k) \tag{3}$$

$$b(k)=kb \tag{4}$$

K_1、K_L、K_2 以及 b 均是与频率参数k 无关的矩阵或向量, 由于格林函数 $G_0(r,r')$ 的参与, P_1、P_2 均是与频率参数 k 相关的矩阵. 相应的单元矩阵

$$\begin{aligned}
[K_1^e]&=\frac{1}{\mu_r^e}\iiint_{V^e}\{\nabla\times f^e\}\cdot\{\nabla\times f^e\}^{\mathrm{T}}dV\\
[K_L^e]&=\frac{jZ_0L^2}{Z_L}\int_{\text{负载}}\{f^e\}\cdot\{f^e\}^{\mathrm{T}}\delta(x-x_L)\,\delta(y-y_L)\,dl\\
[K_2^e]&=-\varepsilon_r^e\iiint_{V^e}\{f^e\}\cdot\{f^e\}^{\mathrm{T}}dV\\
[P_1^{st}]&=2\iint_S\left\{\nabla\cdot(\hat{z}\times f^s)\right\}\left[\iint_S\left\{\nabla'(\hat{z}\times f^t)\right\}^{\mathrm{T}}G_0\,dS'\right]dS\\
[P_2^{st}]&=-2\iint_S\left(\hat{z}\times f^s\right)\cdot\left[\iint_S\left(\hat{z}\times f^t\right)^{\mathrm{T}}G_0\,dS'\right]dS\\
\{b^e\}&=-jZ_0I\int_{\text{馈源}}\hat{z}\cdot\left\{f^e\right\}\delta(x-x_f)\,\delta(y-y_f)\,dl
\end{aligned} \tag{5}$$

其中格林函数

$$G_0(r,r')=\frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} \tag{6}$$

3　WCAWE 技术

为了应用 WCAWE 技术, 首先将 $A(k)$、$b(k)$、$\sigma(k)$ 展开成有限 Taylor 级数的形式

$$\begin{aligned}
A(k)&=\sum_{i=0}^{q_L}A_i(k-k_0)^i\\
b(k)&=\sum_{i=0}^{q_R}B_i(k-k_0)^i\\
\sigma(k)&=\sum_{i=0}^{q}w_i(k-k_0)^i
\end{aligned} \tag{7}$$

其中 k_0 是展开点, A_i、b_i、σ_i 分别是$A(k)$、$b(k)$、$\sigma(k)$ 在 k_0 处的第阶导数, q、q_L、q_R 为相应的展开项数.

WCAWE 技术通过正交化的方式获得低阶模型, 这种方式避免了 PVA 技术中增加矩阵方程尺度的缺点, 同时保证了 WCAWE 具有更好的频带展宽特性. 其思路是随着迭代过程的进行, 保证每一个新产生的向量都能够正交以前产生的所

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[8] X M Zhang, J F Lee. Application of the AWE method with 3-D TVFEM to model spectral responses of passive microwave components[J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1998, 46(11): 1735- 1741.

[9] D Jiao, J-M Jin. Fast frequency-sweep of mcirostrip antennas on dispersive substrate[J]. Electronics Letters, 1999, 35(14): 1122- 1123.

[10] W C Chew, J M Jin, E Michielssen, J M Song. Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics[M]. Artech House, Inc, Boston, 2001.

[11] 童创明, 洪伟. 渐近波形估计技术应用于导体柱 RCS 方向图的快速获取[J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1198- 11201.

[12] 孙玉发, 徐善驾. 应用渐近波形估计技术快速计算宽带雷达散射截面[J]. 红外与毫米波学报, 2002, 21(6): 469- 472.

[13] R W Freund, Reduced-order modeling techniques based on Krylov subspaces and their use in circuit simulation[J]. Numer Anal Manuscr, 98-3-02, Bell Lab, Murray Hill, N. J, Feb. 1998.

[14] I Balk. On a passivity of the Arnoldi based model order recuction for full-wave electromagnetic modeling[J]. IEEE Trans Advanced Packaging, 2001, 24(3): 304- 308.

[15] R D Slone, R Lee, J-F Lee, Well-conditioned asymptotic waveform evaluation for finite elements[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2003, 61(9): 2442- 2447.

[16] 万继响, 梁昌洪. WCAWE 技术快速求解宽带散射特性[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 1001- 1004.

[17] 万继响, 梁昌洪. 矩量法快速求解全频带特性的 AMW-CAWEEMNM 技术[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 911- 914.

作者简介:

班永灵 男, 1978 年 4 月生于河南省夏邑县, 分别在 2000 年、2003 年、2006 年毕业于山东大学数学院信息与计算科学专业、北京大学电子学系电磁场与微波技术专业、电子科技大学电子工程学院电磁场与微波技术专业, 分别获理学学士、理学硕士、工学博士学位. 主要研究兴趣: 计算电磁学(特别是矢量有限元方法)、天线全波分析、高速微波电路电磁建模. E-mail: ho_tvfem@163.com

聂在平 男, 1946 年 10 月出生于陕西省西安市, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, IEEE 高级会员, 1981 年获电子科技大学硕士学位; 1987~1989 年在美国伊利诺依大学电磁实验室从事研究工作; 1990 年以来主持并完成 20 余项研究课题, 先后获国家科技进步二等奖一项, 省、部级科技进步一、二、三等奖共五项, 在国内外发表学术论文 200 余篇. 主要研究兴趣包括: 计算电磁学、电磁散射与逆散射、非均匀介质中的场与波、新一代移动通信中的多天线技术等.

于哲峰 男, 1977 年出生于吉林大安, 分别在 1999 年、2002 年、2005 年毕业于国防科技大学力学专业、中国空气动力研究与发展中心、北京大学电子学系电磁场与微波技术专业, 分别获理学学士、理学硕士、工学博士学位. 主要研究兴趣: 超宽带时域技术及其应用、等离子体与电磁波的相互作用.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net